MAT-042: Taller 3

Felipe Osorio

http://fosorios.mat.utfsm.cl

Departamento de Matemática, UTFSM

Ejercicio 1)

El representante del primer curso puede ser escogido de 47 maneras, mientras que de los otros cursos, las elecciones pueden ser hechas en 51, 54 y 55 maneras. De este modo, podemos un representante de cada curso de

$$47 \cdot 51 \cdot 54 \cdot 55 = 7\,119\,090,$$

maneras.

Ejercicio 2)

Los posibles ordenamientos o permutaciones son:

$$C_1C_2C_3, \quad C_1C_3C_2, \quad C_2C_1C_3, \quad C_2C_3C_1, \quad C_3C_1C_2, \quad C_3C_2C_1.$$

Es decir, existen 6 permutaciones de estos 3 objetos. (o bien $3! = 6$)

Ejercicio 3)

a) Este corresponde al número de permutaciones de 6 objetos, es decir $6! = 720$.

b) Para ordenar 6 personas en un círculo, escogemos una persona de forma arbitraria y ordene las 5 personas restantes relativo a la primera persona. Esto puede ser realizado en $5! = 120$ maneras.

Ejercicio 4)

Hay 9 ratones que pueden ser escogidos para la caja C_1, 8 para C_2 y finalmente 7 para C_3. Por el principio fundamental del conteo, tenemos

$$9 \cdot 8 \cdot 7 = 504,$$

maneras.

Es decir,

$$p_{9,3} = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{6!} = 7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$$

Ejercicio 5)

El problema involucra la permutación de 7 objetos extrayendo 4 a la vez. De este modo, podemos formar

$$p_{7,4} = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840,$$

palabras de 4 letras desde la palabra “estudio”.

Ejercicio 6)

Observación:

En algunos casos, no todos los objetos que están siendo permutados pueden ser distinguidos.

Por ejemplo, existen $3! = 6$ permutaciones de las letras ABB. A saber,

ABB, ABB, BAB, BBA, BAB, BBA.

Sin embargo,

<u>ABB</u>, ABB, <u>BAB</u>, <u>BBA</u>, BAB, BBA.

sólo permite distinguir entre ABB, BAB y BBA.

Ejercicio 6)

Observación:

En algunos casos, no todos los objetos que están siendo permutados pueden ser distinguidos.

Por ejemplo, existen $3! = 6$ permutaciones de las letras ABB. A saber,

ABB, ABB, BAB, BBA, BAB, BBA.

Sin embargo,

<u>ABB</u>, ABB, <u>BAB</u>, <u>BBA</u>, BAB, BBA.

sólo permite distinguir entre ABB, BAB y BBA.

Observación (continuación):

Suponga un conjunto de n objetos, particionado en k subconjuntos conteniendo $n_1, n_2, \ldots, n_k$ objetos, respectivamente, con

$$n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n.$$

El número de permutaciones de los n objetos tal que n_1 son indistinguibles, n_2 son indistinguibles, ... y n_k son indistinguibles, es dada por el coeficiente multinomial,

$$\binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_k} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_k!}$$

Ejercicio 6)

Se desea permutar 6 objetos, de los cuales hay dos "a" (indistinguibles), dos "c" (indistinguibles), una "e" y una "r". De este modo, tenemos:

$$\binom{6}{2,2,1,1} = \frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{720}{2 \cdot 2} = 180,$$

permutaciones diferentes.

Ejercicio 7)

Existen,

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6}{2! \cdot 4!} = \frac{30}{2} = 15,$$

maneras de escoger 2 niños.

Por otro lado, hay

$$\binom{11}{2} = \frac{11!}{2! \cdot 9!} = \frac{9! \cdot 10 \cdot 11}{2! \cdot 9!} = \frac{110}{2} = 55,$$

maneras de escoger 2 niñas. Por el principio fundamental del conteo, existen $15 \cdot 55 = 825$ maneras de escoger 2 niños y 2 niñas.

Ejercicio 8)

Dado que el orden es irrelevante, este es un problema que involucra combinaciones.

a) Existe

$$\binom{12}{8} = \frac{12!}{8! \cdot 4!} = \frac{8! \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{8! \cdot 4!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{11\,880}{24} = 495,$$

maneras de escoger 8 miembros.

b) Hay quorum cuando tenemos 8, 9, 10, 11 o 12 miembros. El número de maneras en que podemos tener quorum es:

$$\binom{12}{8} + \binom{12}{9} + \binom{12}{10} + \binom{12}{11} + \binom{12}{12} = 495 + 220 + 66 + 12 + 1 = 794.$$

Ejercicio 9)

Sea A el evento que ambos son masculinos, B el evento que ambos son femeninos, y C el evento que 1 es masculino y 1 femenino. El espacio muestral Ω consiste de los pares de individuos. Es decir,

$$\#(\Omega) = \binom{10}{2} = 45.$$

Existe

$$\#(A) = \binom{4}{2} = 6, \qquad \#(B) = \binom{6}{2} = 15,$$

maneras de escoger 2 hombres desde los 4 y maneras de escoger 2 mujeres, respectivamente. De este modo,

$$\mathsf{P}(A) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}, \qquad \mathsf{P}(B) = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}.$$

Finalmente, existe 4 maneras de escoger un hombre y 6 maneras de escoger una mujer, es decir $\#(C) = 6 \cdot 4 = 24$. De este modo,

$$\mathsf{P}(C) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}.$$

(Note que $\mathsf{P}(A) + \mathsf{P}(B) + \mathsf{P}(C) = 1$).

Ejercicio 10)

Sea A y B los eventos de que la mosca escogida al azar tiene mutación de ojos y mutación en las alas, respectivamente.

a) La probabilidad de que una mosca tenga una o ambas mutaciones es

$$\mathsf{P}(A \cup B) = \mathsf{P}(A) + \mathsf{P}(B) - \mathsf{P}(A \cap B),$$

pero $\mathsf{P}(A) = 0.25$, $\mathsf{P}(B) = 0.50$, y $\mathsf{P}(A \cap B) = 0.40 \cdot 0.25 = 0.10$. Portanto,

$$\mathsf{P}(A \cup B) = 0.25 + 0.50 - 0.10 = 0.65.$$

b) La probabilidad de que una mosca tenga mutación de ojos pero no mutación de alas, es:

$$\mathsf{P}(A \cap B^c) = \mathsf{P}(A) - \mathsf{P}(A \cap B) = 0.25 - 0.10 = 0.15.$$