

MAT-042: Probabilidad y Estadística Industrial

Certamen 1. Abril 29, 2022

Nombre: _____

Tiempo: 70 minutos

Profesor: Felipe Osorio

1. Considere mediciones de una variable x , dadas a continuación:

$$\mathbf{x} = \{15, 5, 3, 8, 10, 2, 7, 11, 12, 67\}.$$

- a. (10 pts) Obtenga el promedio, varianza y coeficiente de variación de x .
b. (10 pts) Calcule Q_1 , me y Q_3 . Adicionalmente, obtenga el coeficiente de asimetría de Galton.
c. (10 pts) Considere la transformación,

$$y_i = -1.3x_i + 7.1, \quad i = 1, 2, \dots, 10,$$

y para esta nueva variable, obtenga su promedio, varianza y coeficiente de variación.

- d. (10 pts) Usando los conjuntos de datos \mathbf{x} e \mathbf{y} , calcule $cov(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ y $corr(\mathbf{x}, \mathbf{y})$.

2. (20 pts) Considere el promedio ponderado,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i,$$

con $n = \sum_{i=1}^k n_i$. Verifique que

$$\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - n\bar{x}^2.$$

3. (20 pts) Considere el conjunto de datos y suponga un modelo de regresión lineal $y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$,

Y	5	7	7	10	16	20
x	1	2	3	4	5	6

para $i = 1, \dots, 6$. Obtenga $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, s^2 y el coeficiente de determinación R^2 .

4. Suponga el modelo de regresión lineal *sin intercepto*,

$$Y_i = \theta x_i + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

- a. (10 pts) Obtenga $\hat{\theta}$ minimizando la función

$$S_1(\theta) = \sum_{i=1}^n (Y_i - \theta x_i)^2,$$

con relación a θ .

- b. (10 pts) Para los datos del **Ejercicio 3**, obtenga $\hat{\theta}$ y calcule:

$$s_*^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\theta} x_i)^2.$$