MAT-206/360: Inferencia Estadística **Nombre:** ____________________

Certamen 2. Noviembre 27, 2018

Tiempo: 90 minutos **Profesor:** Felipe Osorio

---

1. (25 pts) Considere una m.a.(k) desde una distribución $\mathsf{Bin}(n,p)$ con función de probabilidad:

$$f(x;n,p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \qquad x \in \{0,1,\dots,n\},\ p \in (0,1),\ n \in \mathbb{N}.$$

Obtenga los estimadores de momentos de n y p.

2. (25 pts) Suponga $X_1,\dots,X_n$, $Y_1,\dots,Y_n$ y $Z_1,\dots,Z_n$ independientes con $X_i \sim \mathsf{Poi}(\theta_1)$, $Y_i \sim \mathsf{Poi}(\theta_2)$ y $Z_i \sim \mathsf{Poi}(\theta_3)$, para $i = 1,\dots,n$. Es decir, tenemos $(X_1,Y_1,Z_1),\dots,(X_n,Y_n,Z_n)$ muestra aleatoria desde la densidad

$$f(x,y,z;\boldsymbol{\theta}) = \frac{\theta_1^x \theta_2^y \theta_3^z}{x!y!z!}\, e^{-\theta_1-\theta_2-\theta_3}.$$

Obtenga el MLE de $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1,\theta_2,\theta_3)^\top$ sujeto a: $\theta_1 + \theta_2 = \theta_3$.

3. Sea $X_1,\dots,X_n$ variables aleatorias IID desde $\mathsf{U}[0,\theta]$

a. (10 pts) Calcule el MSE del estimador de momentos para θ.

b. (10 pts) Calcule el MSE del MLE para θ.

c. (5 pts) Compare ambos MSE. ¿Cuál estimador prefiere?

Sugerencia: Ud. puede necesitar:

$$F_{\max}(t) = F^n(t), \qquad f_{\max}(t) = nf(t)F^{n-1}(t).$$

4. Sea $(X_1,Y_1),\dots,(X_n,Y_n)$ una muestra aleatoria desde una distribución bivariada (X,Y), tal que $\mathrm{E}(X_i) = \theta\,\mathrm{E}(Y_i)$ y considere la siguiente función de inferencia

$$\Phi_n(\theta) = \sum_{i=1}^n \Big(Y_i - \frac{X_i}{\theta}\Big).$$

a. (10 pts) Determine la función de estimación óptima en la clase de las lineales generadas por $\Phi_i(\theta) = Y_i - X_i/\theta$.

b. (15 pts) Obtenga la matriz de información de Godambe.

Pauta de corrección: