MAT-206/360: Inferencia Estadística **Nombre:** _________________________

Examen. Diciembre 20, 2018

Tiempo: 90 minutos **Profesor:** Felipe Osorio

---

1. (25 pts) Sea $X_1, \dots, X_n$ variables aleatorias IID con densidad

$$f(x;\theta) = \frac{\theta}{x^2}\, I_{[\theta,\infty)}(x).$$

Determine el estimador de momentos de θ.

Sugerencia: Calcule el momento k-ésimo, μ_k y luego considere k racional.

2. (25 pts) Sea $(Y_1, Z_1), \dots, (Y_n, Z_n)$ vectores aleatorios IID tal que $Y_i \sim \mathsf{Exp}(\lambda)$, $Z_i \sim \mathsf{Exp}(\mu)$ son independientes y $\lambda > 0$, $\mu > 0$.

a. Determine el MLE de (λ, μ).

b. Suponga que sólo observamos $X_i = \min\{Y_i, Z_i\}$ y $\Delta = 1$ si $X_i = Y_i$ y $\Delta_i = 0$ si $X_i = Z_i$. Halle el MLE de (λ, μ).

3. (25 pts) Sea $X_1, \dots, X_m$ y $Y_1, \dots, Y_n$ dos muestras independientes desde $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2)$ y $\mathcal{N}(\mu_2, \phi^2)$, respectivamente, donde $\boldsymbol{\theta} = (\mu_1, \sigma^2, \mu_2, \phi^2)$ son desconocidos. Obtenga un intervalo de confianza asintótico para $\delta = \mu_1 - \mu_2$.

4. Suponga dos distribuciones discretas definidas por

x	2	3	4	5	6	7	8
$p_0(x)$	0.05	0.02	0.33	0.10	0.20	0.10	0.20
$p_1(x)$	0.01	0.30	0.01	0.18	0.20	0.20	0.10

a. (10 pts) Obtenga el test Neyman-Pearson para $\alpha = 0.02$.

b. (10 pts) Obtenga el test Neyman-Pearson para $\alpha = 0.05$.

c. (05 pts) Calcule los tamaños del error de segundo tipo para ámbos test.

Pauta de corrección: